|  |  |
| --- | --- |
| ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  ***ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ***  Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΧΑΛΚΙΔΙΚΗΣ  **ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ Ν.ΜΟΥΔΑΝΙΩΝ** | Σχολ. Έτος: 2014-2015  Τάξη: Β  Κατεύθυνση: ΓΕΝ.ΠΑΙΔΕΙΑΣ |

# ΘΕΜΑΤΑ

**Γραπτών Προαγωγικών-Απολυτήριων Εξετάσεων Μαΐου – Ιουνίου 2015**

**στο μάθημα ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ Α:**

**Α1:** Να αποδείξετε ότι logαθk = k∙logαθ , α > 0 , α ≠ 1 , θ > 0 , k ∈ R

**(Μον. 15)**

**Α2:** Από τις παρακάτω προτάσεις ποιες είναι σωστές και ποιες λάθος;

**α)** Αν σε ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους είναι D = 0 ,

τότε το σύστημα είναι αδύνατο.

**β)** Ισχύει –1 ≤ εφω ≤ 1 για κάθε γωνία ω.

**γ)** Ισχύει συν(α + β) = συνα∙συνβ – ημα∙ημβ

**δ)** Ένα σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο είναι πρώτου βαθμού.

**ε)** Η συνάρτηση f(x) = logαx , με x > 0 και 0 < α < 1 είναι γνησίως

φθίνουσα.

**(Μον. 5 x 2 = 10)**

**ΘΕΜΑ Β:**

Δίνεται το πολυώνυμο Ρ(x) = x3 + (α – 2)x2 + x + 6 , α ∈ R

**Β1:** Αν το Ρ(x) έχει παράγοντα το (x – 2) , να βρείτε το α. **(Μον. 8)**

Για την τιμή α = – 2:

**Β2:** Να λύσετε την εξίσωση Ρ(x) = 0 **(Μον. 8)**

**Β3:** Να λύσετε την εξίσωση  **(Μον. 9)**

**ΘΕΜΑ Γ:**

Δίνεται το σύστημα (Σ) :  , ω ∈ R

**Γ1:** Να δείξετε ότι το (Σ) έχει μοναδική λύση (xο , yο) για κάθε ω ∈ R την οποία

να βρείτε. **(Μον. 8)**

Εστω (xο , yο) = (συν2ω , ημ2ω)

**Γ2:** Να αποδείξετε ότι  **(Μον. 8)**

**Γ3:** Να λύσετε την εξίσωση  **(Μον. 9)**

**ΘΕΜΑ Δ:**

Δίνονται οι αριθμοί :  και 

**Δ1:** Να αποδείξετε ότι α = 3 και β = 2 **(Μον. 6)**

**Δ2:** Να λύσετε την εξίσωση x3 – 5x2 – 4βx + 4α = 0 **(Μον. 6)**

**Δ3:** Να λύσετε την ανίσωση   **(Μον. 6)**

**Δ4:** Να δείξετε ότι ο αριθμός  δεν είναι ρίζα

της εξίσωσης x36 – 5x30 – 7x14 +12x7 + 2015 = 0 . **(Μον. 7)**

Ν.Μουδανιά 03/06/2015

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

ΚΑΡΠΑΘΙΟΣ Σ.

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΥ Γ.

ΠΟΛΙΤΟΥ – ΓΙΑΝΝΟΥΣΤΑ Κ.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α:**

**Α1:**  Σχολ.βιβλίο σελ.175

**Α2:** α) Λάθος , β) Λάθος , γ) Σωστό , δ) Λάθος , ε) Σωστό

**ΘΕΜΑ Β:**

**Β1:** Πρέπει να ισχύει Ρ(2) = 0 , άρα 23 + (α – 2)∙22 + 2 + 6 = 0 ⇔ …⇔ α = – 2

**Β2:** Για α = – 2 το Ρ(x) γίνεται Ρ(x) = x3 – 4x2 + x + 6

Κάνουμε σχήμα Horner για ρ = 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | -4 | 1 | 6 | ρ=2 |
|  | 2 | -4 | -6 |  |
| 1 | -2 | -3 | 0 |

Αρα Ρ(x) = (x – 2)∙(x2 – 2x – 3) = 0 ⇔

⇔ (x – 2)∙(x – 3)∙(x + 1) = 0 , άρα x = 2 ή x = 3 ή x = – 1

**Β3:** Η εξίσωση γίνεται  ⇔ 

Πρέπει 4x2 – x + 6 ≥ 0 το οποίο ισχύει διότι Δ < 0.

Επίσης 2x + 1 ≥ 0 ⇔ x ≥ 

Υψώνουμε και τα δύο μέλη στο τετράγωνο και έχουμε:

4x2 – x + 6 = (2x + 1)2 ⇔ 4x2 – x + 6 = 4x2 + 4x + 1 ⇔

5x = 5 ⇔ x = 1 , λύση δεκτή.

**ΘΕΜΑ Γ:**

**Γ1:** Είναι  , άρα έχει μοναδική λύση Επίσης  = – ημ2ω + συν2ω = συν2ω.

= ημω∙συνω + ημω∙συνω = 2ημω∙συνω = ημ2ω

Αρα  = συν2ω

 = ημ2ω

**Γ2:** Αντικαθιστώντας τα xο , yο , το πρώτο μέλος γίνεται:



**Γ3:** Το πρώτο μέλος της εξίσωσης είναι το Γ2 ερώτημα , οπότε η εξίσωση γίνεται:

εφx = 2ημx , πρέπει συνx ≠ 0. Επομένως

 ⇔ ημx = 2ημxσυνx ⇔ ημ2x = ημx ⇔

2x = 2κπ + x ⇔ x = 2κπ , κ ∈ Z

ή 2x = 2κπ + π – x ⇔ 3x = 2κπ + π ⇔  , κ ∈ Z

Οι λύσεις είναι δεκτές.

**ΘΕΜΑ Δ:**

**Δ1:** Είναι α =  και

β = 

**Δ2:** Για α = 3 και β = 2 η εξίσωση γίνεται x3 – 5x2 – 8x + 12 = 0.

Κάνουμε σχήμα Horner για ρ = 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | -5 | -8 | 12 | ρ=1 |
|  | 1 | -4 | -12 |  |
| 1 | -4 | -12 | 0 |

Οπότε η εξίσωση γράφεται (x – 1)(x2 – 4x – 12) = 0 ⇔ (x – 1)(x + 2)(x – 6) = 0

Αρα x = 1 ή x = – 2 ή x = 6

**Δ3:** Η ανίσωση γράφεται :   (1)

Επειδή  από την (1) έχουμε x3 – 8x > – 12 + 5x2 ⇔ x3 – 5x2 – 8x + 12 > 0.

Το πρώτο μέλος της ανίσωσης είναι το πρώτο μέλος της εξίσωσης του Δ2 , με

γνωστές ρίζες , οπότε κάνουμε πίνακα.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -∞ -2 1 6 +∞ | | | |
| x - 1 | - | - | + | + |
| x2 – 4x – 12 | + | - | - | + |
|  | - | + | - | + |

Αρα x ∈ ( – 2 , 1) (6 , +∞)

**Δ4:** Είναι  άρα xο = 2.

Εστω ότι ο αριθμός xο = 2 είναι ρίζα της εξίσωσης . Τότε πρέπει το 2 να είναι

διαιρέτης του σταθερού όρου δηλ. του 2015 , άτοπο. Αρα ο αριθμός xο = 2 δεν

είναι ρίζα της εξίσωσης.